

פרק 1.03 – שקילות לוגיות חשובות

חוברת תרגילים – Buddy Nativ

1. הוכיחו את השקילות הבאה בעזרת זהויות:

$$\neg(\neg A \rightarrow B) \Leftrightarrow \neg(B \vee A)$$

2. הוכיחו את השקילות הבאה בעזרת זהויות:

$$\neg(A \rightarrow B) \vee B \Leftrightarrow B \vee A$$

3. הוכיחו את השקילות הבאה בעזרת זהויות:

$$(B \wedge C) \vee (B \wedge \neg A) \Leftrightarrow (A \rightarrow C) \wedge B$$

4. הוכיחו את השקילות הבאה בעזרת זהויות:

$$B \oplus (A \rightarrow C) \Leftrightarrow B \leftrightarrow (\neg C \wedge A)$$

5. הוכיחו את השקילות הבאה בעזרת זהויות:

$$\neg A \leftrightarrow (B \vee C) \Leftrightarrow (\neg A \wedge B) \vee (A \wedge \neg B \wedge \neg C) \vee (\neg A \wedge C)$$

6. הוכיחו את השקילות הבאה בעזרת זהויות:

$$\neg R \wedge \neg(P \oplus R) \wedge \neg P \Leftrightarrow (\neg P \leftrightarrow \neg R) \wedge \neg(P \vee R)$$

7. הוכיחו את השקילות הבאה בעזרת זהויות:

$$(P \rightarrow R) \rightarrow (P \oplus Q) \Leftrightarrow ((P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)) \rightarrow \neg(P \rightarrow R)$$

8. הוכיחו את השקילות הבאה בעזרת זהויות:

$$((\neg P \wedge \neg R) \vee \neg(P \vee Q)) \rightarrow (\neg(P \wedge Q) \wedge (P \vee Q)) \Leftrightarrow (P \leftrightarrow Q) \rightarrow ((R \vee P) \wedge (Q \vee P))$$

9. הוכיחו את השקילות הבאה בעזרת זהויות:

$$\neg(P \wedge Q \wedge \neg R) \vee S \Leftrightarrow \neg(\neg P \vee R) \rightarrow (Q \rightarrow S)$$

10. הוכיחו את השקילות הבאה בעזרת זהויות:

$$A \rightarrow (B \leftrightarrow C) \Leftrightarrow (A \wedge B) \leftrightarrow \neg(A \rightarrow \neg C)$$

11. הוכיחו את השקילות הבאה בעזרת זהויות:

$$(\neg(P \vee S) \rightarrow \neg Q) \wedge ((R \vee Q) \wedge (R \vee P)) \wedge (\neg(Q \wedge S) \vee P) \Leftrightarrow (P \vee \neg(R \rightarrow Q)) \wedge (R \vee Q)$$

12. הראו שהטענות הבאות נכונות באמצעות זהויות:

א. הפסוק  $\neg(p \wedge q) \vee q$  הוא טאוטולוגיה.

ב. הפסוק  $(p \wedge \neg q) \wedge (p \rightarrow q)$  הוא סתירה.

ג. הפסוק  $(A \wedge B) \vee (A \wedge C) \vee (A \wedge (B \vee \neg C))$  שקול ל- $A$ .

ד. הפסוק  $((A \wedge \neg B) \wedge \neg C) \wedge \neg((A \leftrightarrow B) \vee \neg C)$  הוא סתירה.

ה. הפסוק  $(\neg(B \vee C) \rightarrow \neg A) \vee (\neg C \vee B)$  הוא טאוטולוגיה.

13. מי מבין הפסוקים הבאים שקול לפסוק:

"כל הנוצץ זהב, והמעז לא מנצח או שהדשא של השכן לא יותר ירוק"

- א. אם לא ייתכן שהמעז מנצח והדשא של השכן ירוק יותר, אז כל הנוצץ זהב.
- ב. כל הנוצץ זהב וגם לא ייתכן שהמעז מנצח והדשא של השכן ירוק יותר.
- ג. לא כל הנוצץ זהב או שהמעז מנצח, אם ורק אם לא כל הנוצץ זהב או שהדשא של השכן ירוק יותר.
- ד. אם כל הנוצץ זהב אז לא ייתכן שהמעז מנצח והדשא של השכן ירוק יותר.
- ה. לא ייתכן שאם כל הנוצץ זהב אז המעז מנצח, וגם הדשא של השכן ירוק יותר.

14. מי מבין הפסוקים הבאים שקול לשלילת הפסוק:

"אם מור מפרסמת בפייסבוק אז נוי מעלה סטורי, ואם רינת מצייצת בטוויטר אז נוי מעלה סטורי"

- א. מור מפרסמת בפייסבוק או שרינת לא מצייצת בטוויטר, ונוי לא מעלה סטורי או שמור מפרסמת בפייסבוק.
- ב. רינת מצייצת בסטורי אם ורק אם (מור לא מפרסמת בפייסבוק ונוי מעלה סטורי)
- ג. מור מפרסמת בפייסבוק או שרינת מצייצת בטוויטר, וגם נוי לא מעלה סטורי.
- ד. אם נוי מעלה סטורי אז מור לא מפרסמת בפייסבוק או שרינת לא מצייצת בטוויטר.
- ה. אם מור מפרסמת בפייסבוק אז נוי מעלה סטורי ואם נוי מעלה סטורי אז רינת מצייצת בטוויטר.

**נספח: טבלת שקילות לוגיות**

<b><u>שקילות אלמנטריות הקשורות בדיסיונקציה ובקוניונקציה</u></b>			
$A \wedge A \Leftrightarrow A$	$A \vee A \Leftrightarrow A$	אידימפוטנטיות	.1
$\neg A \wedge A \Leftrightarrow F$	$\neg A \vee A \Leftrightarrow T$	טאוטולוגיה וסתירה	.2
$A \wedge T \Leftrightarrow A$	$A \vee F \Leftrightarrow A$	חוק הזהות	.3
$A \wedge F \Leftrightarrow F$	$A \vee T \Leftrightarrow T$	חוק השליטה	.4
$A \wedge B \Leftrightarrow B \wedge A$	$A \vee B \Leftrightarrow B \vee A$	חוק החילוף	.5
$A \wedge (B \wedge C) \Leftrightarrow (A \wedge B) \wedge C$	$A \vee (B \vee C) \Leftrightarrow (A \vee B) \vee C$	חוק הקיבוץ	.6
$A \wedge (B \vee C) \Leftrightarrow (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$	$A \vee (B \wedge C) \Leftrightarrow (A \vee B) \wedge (A \vee C)$	חוק הפילוג	.7
<b><u>חוקי שלילה</u></b>			
$\neg(\neg A) \Leftrightarrow A$		שלילה כפולה	.8
$\neg(A \wedge B) \Leftrightarrow \neg A \vee \neg B$	$\neg(A \vee B) \Leftrightarrow \neg A \wedge \neg B$	חוקי דה-מורגן	.9
$\neg(A \rightarrow B) \Leftrightarrow A \wedge \neg B$		שלילה של $\rightarrow$	.10
$\neg(A \leftrightarrow B) \Leftrightarrow (A \leftrightarrow \neg B) \Leftrightarrow (\neg A \leftrightarrow B) \Leftrightarrow (A \oplus B)$		שלילה של $\leftrightarrow$	.11
<b><u>חוקי היפוך וויתור</u></b>			
$A \rightarrow B \Leftrightarrow \neg B \rightarrow \neg A$		היפוך של $\rightarrow$	.12
$A \rightarrow B \Leftrightarrow \neg A \vee B$		ויתור על $\rightarrow$	.13
$A \leftrightarrow B \Leftrightarrow (A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A) \Leftrightarrow (A \wedge B) \vee (\neg A \wedge \neg B)$		ויתור על $\leftrightarrow$	.14