

פרק 2.02 – הכללת מושג הקבוצה
חוברת תרגילים – Buddy Nativ

1. השלימו את המשפטים הבאים:

- א. הסימון המקובל \mathbb{N} מייצג את קבוצת המספרים ה_____.
- ב. הסימון המקובל \mathbb{Z} מייצג את קבוצת המספרים ה_____.

2. קבעו כמה איברים יש לכל אחת מהקבוצות הבאות:

- a. $\{7, \{7\}\}$ b. $\{\mathbb{N}\}$ c. $\{\mathbb{N}, \mathbb{Z}\}$ d. \mathbb{N} e. \emptyset
- f. $\{\mathbb{N}, 2\}$ g. $\{-1, 0, \emptyset\}$ h. $\{\emptyset, \mathbb{Z}\}$ i. $\{\mathbb{N}, \{\mathbb{N}\}\}$ j. $\{-2, -1, 0, \mathbb{N}\}$

3. לגבי כל אחת מהטענות הבאות, קבעו האם היא נכונה או לא נכונה.

שימו לב, במידה והטענה לא נכונה, הציעו אפשרות לתיקון הטענה (בלי לשנות את סימן היחס) כך שהיא תהיה אמיתית לוגית. (בחלק מהתרגילים יכולה להיות יותר מאפשרות אחת לתיקון).

למשל:

הטענה $3 \in \{\mathbb{N}\}$ לא נכונה מפני ש-3 לא מופיע בקבוצה $\{\mathbb{N}\}$ אשר יש בה רק איבר אחד והוא לא 3.

אחת האפשרויות לתיקון תהיה להוריד את הסוגריים המסולסלים,

ובכך הקבוצה תהפוך להיות קבוצת הטבעיים $\mathbb{N} : \mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\}$ (אפשר גם לכתוב כך: $3 \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\}$)

תזכורת: $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\}$ ולכן: $\{\mathbb{N}\} = \{\{1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\}\}$ **ולא:** $\{\mathbb{N}\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\}$

אפשרות נוספת לתיקון: ניתן להוסיף את האיבר 3 לקבוצה הימנית, ואז נקבל טענה נכונה: $3 \in \{\mathbb{N}, 3\}$.

- a. $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z}$
- b. $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$
- c. $\{\mathbb{N}\} \subseteq \mathbb{Z}$
- d. $\{1, 2\} \subseteq \mathbb{N}$
- e. $\{\mathbb{N}\} \subset \{\mathbb{Z}\}$
- f. $\mathbb{N} \subset \{\mathbb{Z}\}$
- g. $\mathbb{N} \in \mathbb{Z}$
- h. $\{1, 2\} \subset \mathbb{Z}$
- i. $\{-1, 0, \mathbb{N}\} \subset \{\mathbb{Z}\}$
- j. $\{\{\mathbb{N}\}\} \in \{\mathbb{Z}, \{\mathbb{N}\}\}$

4. לגבי כל אחת מהטענות הבאות, קבעו האם היא נכונה/לא נכונה/לא ניתן לקבוע.

- $\{1,3,5,7\} \subseteq \{1,3,5,7, \dots\}$
- $\{1,3,5,7\} = \{1,3,5,7, \dots\}$
- $\{1,3,5,7\} = \{1,3,5,7\}$
- $\{1,3,5,7 \dots\} = \{1,3,5,7 \dots\}$
- $\{2,4,6,8,10\} \subset \{2,4,6,8,10,12 \dots\}$
- $\{1,6,11,16,21\} \subseteq \{\dots - 9, -4, 1, 6, 11, 16, 21, 26 \dots\}$
- $\{0,1,3,5,7\} \subseteq \mathbb{N}$

5. ישנן 2 דרכי הצגה מקובלות לתיאור קבוצה בצורה כללית:

דרך א' – הצגה לפי תכונה.

דרך ב' – הצגה לפי מבנה.

א. כתבו במילים שלכם/ן, מה ההבדל בין 2 דרכי ההצגה?

ב. לגבי כל אחת מהקבוצות הבאות, קבעו האם דרך ההצגה שלה היא לפי תכונה (1) או לפי מבנה (2).

ג. הציגו את הקבוצות בצורה מפורשת.

- $\{2x + 3 \mid x \in \mathbb{Z}\}$
- $\{x \in \mathbb{Z} \mid x \text{ זוגי}\}$
- $\{x \in \mathbb{Z} \mid x \geq 3\}$
- $\{x \in \{1,2,3,4,5,6\} \mid 2 \leq x < 5\}$
- $\{2x^2 \mid x \in \mathbb{N}\}$
- $\{x + 1 \mid x \in \{1,2,3,4,5,6\} \wedge 2 \leq x < 5\}$
- $\{x \in \mathbb{N} \mid x < 1\}$
- $\{x \leq 1 \mid x \in \mathbb{N}\}$
- $\{x \in \{x \in \mathbb{Z} \mid x \leq 1\} \mid 2x^2 = 2\}$
- $\{2x^2 = 8 \mid x \in \mathbb{Z}\}$
- $\{2x^2 = 8 \mid x \in \mathbb{N}\}$
- $\{2x^2 + 8 \mid x \in \{1,2\}\}$
- $\{x \in \mathbb{N} \mid x - 3 \in \mathbb{N}\}$
- $\{x - 5 \mid x \in \mathbb{N}\}$

6. סמנו את הטענות הנכונות.

הבהרה: אי זוגי – *odd*, זוגי – *even*

- a. $\{2x + 1 \mid x \in \mathbb{Z}\} = \{x \in \mathbb{Z} \mid x \text{ odd}\}$
- b. $\{2x \mid x \in \mathbb{Z}\} \subseteq \{2x \mid x \in \mathbb{N}\}$
- c. $\{2x \mid x \in \mathbb{N}\} \subseteq \{2x + 1 \mid x \in \mathbb{Z}\}$
- d. $\{2x \mid x \in \mathbb{N}\} \subset \{4x \mid x \in \mathbb{N}\}$
- e. $\{3x + 2 \mid x \in \mathbb{Z}\} = \{3x - 1 \mid x \in \mathbb{Z}\}$
- f. $\{x + 3 \mid x \in \mathbb{N}\} \subset \{x + 2 \mid x \in \mathbb{Z}\}$
- g. $\{x \mid x \in \mathbb{N}\} = \mathbb{N}$
- h. $\{x + 1 \mid x \in \mathbb{Z}\} = \mathbb{Z}$
- i. $\{x + 1 \mid x \in \mathbb{N}\} = \mathbb{N}$
- j. $\{x - 3 \mid x \in \mathbb{N}\} = \{x \in \mathbb{Z} \mid x > -3\}$
- k. $\{x \in \mathbb{N} \mid x > 5\} = \{x \in \mathbb{N} \mid x \geq 6\}$
- l. $\{2x - 1 \mid x \in \mathbb{Z}\} = \{2x + 1 \mid x \in \mathbb{Z}\} = \{2x + 3 \mid x \in \mathbb{Z}\} = \{x \in \mathbb{Z} \mid x \text{ odd}\}$
- m. $\{2x + 1 \mid x \in \mathbb{N}\} = \{2x - 1 \mid x \in \mathbb{N}\}$
- n. $\{2x + 1 \mid x \in \mathbb{Z}\} = \{2x - 1 \mid x \in \mathbb{Z}\}$
- o. $\{-2x + 1 \mid x \in \mathbb{Z}\} = \{2x - 1 \mid x \in \mathbb{Z}\}$
- p. $\{6x - 3 \mid x \in \mathbb{N}\} = \{6x + 3 \mid x \in \mathbb{N}\}$
- q. $\{6x - 3 \mid x \in \mathbb{Z}\} = \{6x + 3 \mid x \in \mathbb{Z}\}$

7. נתונות הקבוצות הבאות:

$$A = \{4x \mid x \in \mathbb{Z}\}$$

$$B = \{3x \mid x \in \mathbb{Z}\}$$

$$C = \{2x + 4 \mid x \in \mathbb{Z}\}$$

$$D = \left\{ \frac{x}{4} \mid x \in A \right\}$$

$$E = \left\{ \frac{3x}{3} \mid x \in B \right\}$$

סמנו את הטענות הנכונות:

- | | | | |
|--------------------|--------------------|--------------------|------------------|
| a. $A \subseteq B$ | b. $B \subseteq A$ | c. $A \subseteq C$ | d. $A \subset C$ |
| e. $C = D$ | f. $C \subseteq D$ | g. $D \subseteq E$ | h. $E = B$ |

כתב ויצר – אופיר אדרי

סרטוני פתרונות לתרגילים שבחוברת ניתן למצוא באתר שלנו – www.buddynativ.com

לליווי ועזרה במרכיב הכמותי – 050-6669345

8. הציגו את הקבוצות הבאות בצורה כללית.

- a. $\{\dots - 6, -4, -2, 0, 2, 4, 6 \dots\} =$
- b. $\{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15 \dots\} =$
- c. $\{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15\} =$
- d. $\{3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, \dots\} =$
- e. $\{5, 7, 9, 11, 13, 15, 17 \dots\} =$
- f. $\{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17 \dots\} =$
- g. $\{\dots - \frac{5}{3}, -1, -\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, 1, \frac{5}{3} \dots\} =$
- h. $\{1, 4, 9, 16, 25 \dots\} =$
- i. $\{0, 1, 4, 9, 16, 25 \dots\} =$
- j. $\{0, \frac{1}{2}, 2, 4.5, 8, 12.5 \dots\} =$
- k. $\{\dots - 11, -7, -3, 1, 5, 9 \dots\} =$
- l. $\{\dots - 10, -3, 4, 11, 18 \dots\} =$
- m. $\{4, 9, 14, 19, 24 \dots\} =$
- n. $\{-3, 0, 3, 6, 9, 12 \dots\} =$

9. נתונות הקבוצות A, B הבאות:

$$A = \{x - 5 \mid x \in \{6, 7, 8, 9\}\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 1 \oplus 3 < x < 5 \oplus x = 9\}$$

רשמו את הקבוצות הבאות בצורה מפורשת:

- a. $\{x \in A \mid x^2 \in B\} =$
- b. $\{x \in B \mid x^2 \in A\} =$
- c. $\{x \in A \mid \sqrt{x} \in A\} =$
- d. $\{x \in A \mid \sqrt{x} \in B\} =$
- e. $\{x \in B \mid \sqrt{x} \in A\} =$
- f. $\{x \in B \mid \sqrt{x} \in B\} =$

10. רשמו את הקבוצות הבאות בצורה מפורשת.

- a. $\{x \in \mathbb{Z} \mid x > 7 \vee x \leq 6\} =$
- b. $\{x \in \mathbb{N} \mid x > 4 \oplus x \leq 6\} =$
- c. $\{x \in \mathbb{N} \mid x > 8 \wedge x < 7\} =$
- d. $\{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ even} \wedge 2 < x \leq 9\} =$
- e. $\{x \in \mathbb{Z} \mid x \geq 2 \vee x > 7\} =$
- f. $\{x \in \mathbb{Z} \mid -x < -3 \oplus x > -1\} =$
- g. $\{x \in \mathbb{Z} \mid 0 \leq x < 3 \rightarrow x > 7\} =$
- h. $\{x \in \mathbb{N} \mid x > 6 \rightarrow x < 3\} =$
- i. $\{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 6 \vee x < 3\} =$
- j. $\{x \in \mathbb{N} \mid x \geq 4 \leftrightarrow -x \leq -4\} =$
- k. $\{x \in \mathbb{Z} \mid x < 1 \leftrightarrow x \geq 1\} =$
- l. $\{x \in \mathbb{N} \mid x > 4 \rightarrow \neg(x > 6 \wedge 3 \leq x)\} =$